

2022年度

2月10日

入学試験

数 学

(50分)

注 意

- 1 試験開始の合図があるまで、この冊子の中を見てはいけません。
- 2 問題は **1** から **6** まで、8ページにわたって印刷してあります。
- 3 計算が必要なときは、この問題用紙の余白を利用下さい。
- 4 解答用紙には、受験番号と氏名を書きなさい。
- 5 解答はすべて解答用紙に書き、解答用紙を提出下さい。

かえつ有明高等学校

**1** 次の問いに答えなさい。

(1)  $\left\{\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{5}{3}\right\} \div \left(-\frac{2}{3}\right)^3 - \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right)^2$  を計算しなさい。

(2)  $\{(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{55} - \sqrt{22})\}^2 + \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)^2$  を計算しなさい。

(3)  $(-2lm^2n)^3 \div \frac{4}{3}l^2mn \times (-3lmn^2)$  を計算しなさい。

(4)  $x^2 - 2x + 2y - y^2$  を因数分解しなさい。

(5) 連立方程式  $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ x - 3y = a \end{cases}$  の解が、連立方程式  $\begin{cases} 2x + y = b \\ x + y = 2 \end{cases}$  の解に一致するとき、

定数  $a$ ,  $b$  の値を求めなさい。

**2** 次の問いに答えなさい。

(1)  $-\frac{2}{9}$ の逆数を $p$ とします。 $p$ よりも絶対値が小さい整数の中で、2番目に大きいものを求めなさい。

(2)  $m, n$ を整数とします。関数 $y = 2x^2$ について、 $x$ の変域が $m \leq x \leq n$ のとき、 $y$ の変域が $0 \leq y \leq 18$ です。整数 $m, n$ の組合せは全部で何通りありますか。

(3) 大小2つのさいころを投げるとき、出た目の差が2となる確率を求めなさい。  
ただし、出た目の差とは、出た目の大きい数から小さい数を引いたものとします。

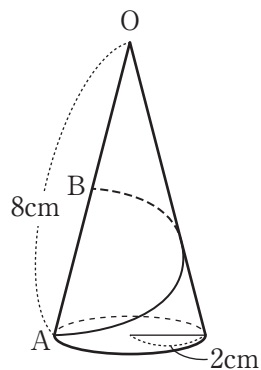
(4) 以下の表は、ある都市の7月の日ごとの最高気温を度数分布表にまとめたものです。

階級 (°C)	度数 (日)
24.0 以上 26.0 未満	1
26.0 ~ 28.0	8
28.0 ~ 30.0	5
30.0 ~ 32.0	7
32.0 ~ 34.0	5
34.0 ~ 36.0	5
計	31

この表から読み取ることができることがらとして適切なものを、次のア～オからすべて選びなさい。

- ア 26.0°C 以上 28.0°C 未満の階級の相対度数は、0.25 より大きい。
- イ 階級の幅は、12.0°C。
- ウ 中央値は、28.0°C 以上 30.0°C 未満。
- エ 最頻値は、27.0°C。
- オ 30.0°C 以上 32.0°C 未満の階級の階級値は、30.0°C。

(5) 右の図のような、底面の半径が2 cm、母線の長さが8 cmの円錐がある。頂点をOとし、OAの中点をBとする。円錐の側面を糸の長さをもっとも短くなるように、点Aから点Bまで糸をひと巻きさせるとき、糸の長さを求めなさい。



3 以下のT先生とSくんの会話を読み、次の問いに答えなさい。

T先生：今日は「三角比」という数学の分野について学びましょう。

Sくん：T先生、「三角比」って何ですか？

T先生：「三角比」という言葉は初めて聞くかもしれませんが、

「sin (サイン)」、 「cos (コサイン)」、 「tan (タンジェント)」 という言葉ならどこかで聞いたことはありませんか？

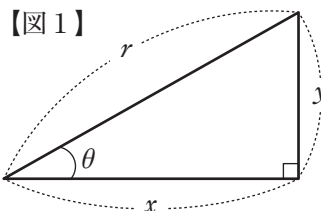
Sくん：テレビやネットの情報で聞いたり見たりしたかもしれません！

T先生：そう！ それです。今日は「三角比」とは何かを理解し、少しだけ活用することが目標となります。黒板に板書してある説明を読んでください。

**板書** 直角三角形において、底辺を $x$ 、高さを $y$ 、斜辺を $r$ とする。【図1】のように、底辺と斜辺に挟まれた角の大きさを $\theta$ （シータ）という記号で表すと、

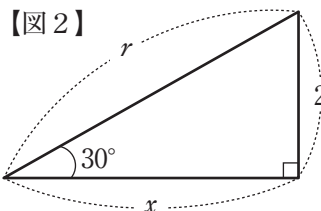
$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

と定義される。ただし、 $0 < \theta < 90^\circ$ とする。



Sくん：板書を読みました。 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ は、それぞれ辺の長さを分数で表せば良いのですね。

T先生：その通りです。では、右の【図2】における $x$ 、 $r$ の値をそれぞれ教えてください。



Sくん：これは中学校までで習いましたね。

$$x = \boxed{\text{ア}}, \quad r = \boxed{\text{イ}}$$
です。

T先生：その通りです。

では、三角比の $\sin 30^\circ$ と $\cos 30^\circ$ と $\tan 30^\circ$ の値はそれぞれどうなりますか？

Sくん： $\sin 30^\circ = \boxed{\text{ウ}}$ 、 $\cos 30^\circ = \boxed{\text{エ}}$ 、 $\tan 30^\circ = \boxed{\text{オ}}$ です。

T先生：素晴らしい！ その通りです。

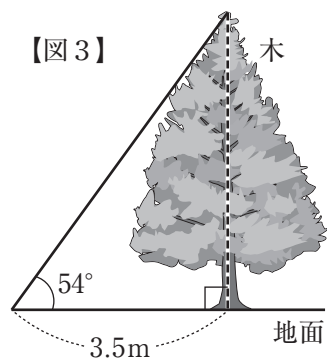
三角比の値を答えることができましたね。

(1) T先生とSくんの会話の  ～  に適する値をそれぞれ求めなさい。

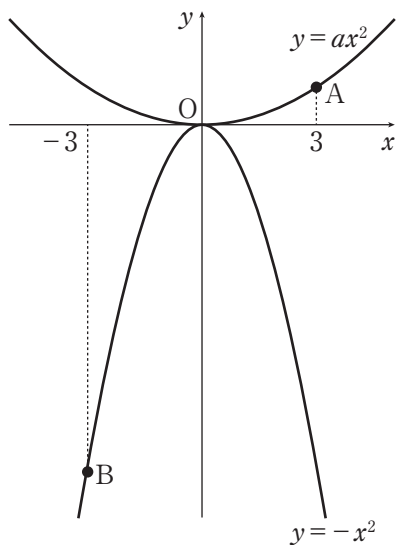
(2)  に書かれている三角比の定義式をそれぞれ変形すると,

$$y = r \times \sin \theta, \quad x = r \times \cos \theta, \quad y = x \times \tan \theta,$$

と表せます。これらを用いて、【図3】の木の高さを、小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めなさい。ただし、 $\sin 54^\circ = 0.81$ ,  $\cos 54^\circ = 0.59$ ,  $\tan 54^\circ = 1.38$  とします。

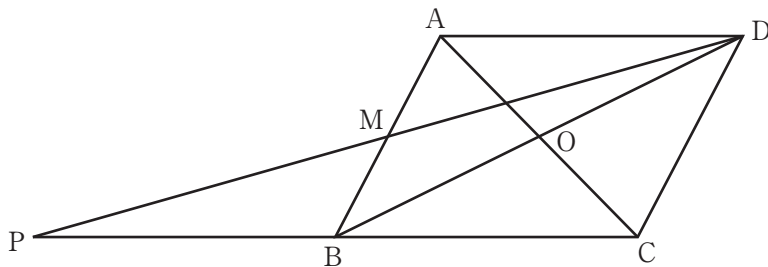


- 4 下の図のように、関数 $y = ax^2$ （ただし、 $a > 0$ とする）のグラフと関数 $y = -x^2$ のグラフがあります。関数 $y = ax^2$ のグラフ上に $x$ 座標が3の点Aが、関数 $y = -x^2$ のグラフ上に $x$ 座標が-3の点Bがあり、点Aの $y$ 座標が点Bの $y$ 座標より10大きいものとして、このとき、次の問いに答えなさい。



- (1)  $a$ の値を求めなさい。
- (2) 2点A, Bを通る直線と、 $y$ 軸との交点をCとします。点Cの $y$ 座標を求めなさい。
- (3)  $\triangle OAC$ を、 $y$ 軸を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。  
ただし、円周率は $\pi$ とします。

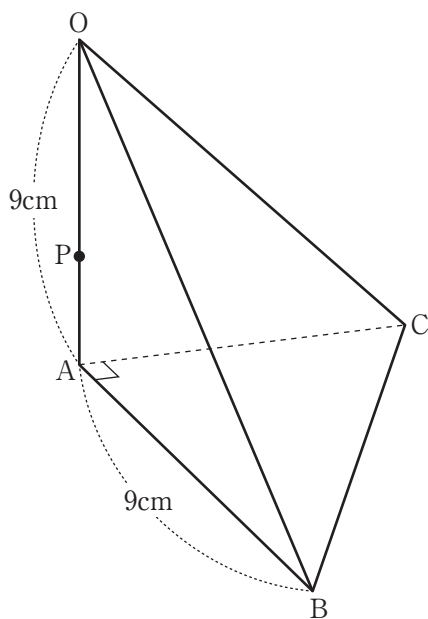
- 5 下の図のように、平行四辺形  $ABCD$  の対角線の交点を  $O$ 、辺  $AB$  の中点を  $M$ 、半直線  $DM$  と半直線  $CB$  の交点を  $P$  とします。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1)  $DM = PM$  であることを証明しなさい。
- (2) 直線  $AC$  と直線  $DP$  の交点を  $Q$  とするとき、 $\triangle AMQ$  の面積は平行四辺形  $ABCD$  の面積の何倍ですか。



- 6 下の図のように、 $AB = 9\text{ cm}$ 、 $\angle BAC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形 $ABC$ を底面とする三角錐 $OABC$ があります。辺 $OA$ は底面 $ABC$ に垂直で、 $OA = 9\text{ cm}$ とします。また、辺 $OA$ 上に点 $P$ があり、 $AP = 3\text{ cm}$ です。このとき、次の問いに答えなさい。



- (1) 辺 $BC$ の中点を $D$ とする。線分 $OD$ の長さを求めなさい。
- (2) 点 $P$ と $\triangle OBC$ を含む平面との距離を求めなさい。

数 学 解答用紙

<b>1</b>	(1)	
	(2)	
	(3)	
	(4)	
	(5)	$a = \quad , b = \quad$

<b>2</b>	(1)	
	(2)	通り
	(3)	
	(4)	
	(5)	cm

<b>3</b>	(1)	ア
		イ
		ウ
		エ
		オ
(2)	m	

<b>4</b>	(1)	$a = \quad$
	(2)	
	(3)	

<b>5</b>	(1)	
	(2)	倍

<b>6</b>	(1)	cm
	(2) (式)	
	答	cm

受 験 番 号	氏 名